

時間的深さを持つ生成モデル

— Generalized Filteringの数式的展開 —

能動的推論 (Active Inference) における時間的構造の定式化と精神病理への適用
Temporal Depth in Generative Models: A Mathematical Development of
Generalized Filtering

序：なぜ「時間的深さ」が必要か

これまでの展開において、変分自由エネルギーの最小化を通じた知覚的推論と能動的推論の基本的な枠組みを示した。しかしその定式化には、一つの根本的な制限があった。

それは、状態を「ある瞬間の値」として扱っていたという点である。

しかし現実の生物が扱う問題は、時間的に連続している。音楽を聴くとき、脳は現在の音符だけを処理するのではなく、直前のフレーズの記憶と、次に来るであろう音の予測を同時に保持している。会話において、言葉の意味は単語の系列全体——過去の文脈と未来の予期——によって決まる。

より根本的には、**運動 (action) そのものが時間的な軌跡 (trajectory) として初めて意味をなす**。「手を伸ばしてコップを取る」という行為は、瞬間の力ベクトルの集積ではなく、目標状態へと向かう時間的軌跡全体として計画・実行される。

Fristonらが開発した**Generalized Filtering**は、この時間的深さを生成モデルに組み込むための数式的枠組みである。それは単なる技術的拡張ではなく、**脳の情報処理の根本的な時間的性格を形式化する**試みである。

第一部：一般化座標（Generalized Coordinates）

1-1. 古典的な状態空間の限界

通常の状態空間モデルにおいて、隠れ状態は $x(t) \in \mathbb{R}^n$ として表される。観測 $y(t)$ との関係は：

$$y(t) = g(x(t)) + z(t), \quad \dot{x}(t) = f(x(t)) + w(t)$$

ここで $z(t)$, $w(t)$ は観測ノイズと過程ノイズである。

このモデルには、重要な暗黙の仮定がある：

- 状態は瞬間値 $x(t)$ として完全に記述される
- 時間微分 $\dot{x}(t)$ はモデルの「外部」で起きる変化である
- 記憶（過去の状態）は明示的に保持されない限り失われる

この仮定は、脳が実際に行っていることとは大きく乖離している。神経生理学的証拠は、皮質が複数の時間スケールにわたる状態——現在の値だけでなく、その速度、加速度、さらに高次の時間的構造——を並列に符号化していることを示している。

1-2. 一般化座標の導入

Fristonは、状態をその時間微分の無限系列として拡張することを提案した。これを一般化座標（generalized coordinates）と呼ぶ。

状態 $x(t)$ に対して、一般化状態を以下のように定義する：

$$\tilde{x} = \begin{pmatrix} x \\ x' \\ x'' \\ \vdots \\ x^{(p)} \\ \end{pmatrix} \\ \dot{\tilde{x}}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \\ \vdots \\ \frac{d^p x}{dt^p}(t) \\ \end{pmatrix}$$

ここで上付きの括弧付き数字は時間微分の次数を表す。 p は展開の順序 (order) であり、実装上は有限に切り詰められるが、理論的には無限次まで考えられる。

この一般化状態 \tilde{x} は、状態の「現在の値」だけでなく「その時間的近傍全体」を符号化している。テイラー展開の観点から言えば、 \tilde{x} は時刻 t の近傍での軌跡の局所的な記述である：

$$x(t + \tau) \approx \sum_{k=0}^p \frac{\tau^k}{k!} x^{(k)}(t) = \sum_{k=0}^p \frac{\tau^k}{k!} \tilde{x}_k$$

すなわち、一般化座標を持つ系は、**現在時刻から局所的に未来を予測する能力**を内在的に持っている。

1-3. シフト演算子と時間発展

一般化座標の重要な性質は、時間発展が線形演算子によって記述されることである。

微小時間 δt だけ進んだ後の一般化状態は：

$$\tilde{x}(t + \delta t) \approx e^{\mathcal{D}\delta t} \tilde{x}(t)$$

ここで \mathcal{D} は一般化微分演算子 (generalized derivative operator) であり：

$$\mathcal{D} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & 1 & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & \ddots \end{pmatrix}$$

これは上三角行列であり、 $\mathcal{D}\tilde{x}$ は \tilde{x} を一つ「繰り上げる」操作——各要素をその次の次数の微分で置き換える操作——に対応する：

$$\mathcal{D}\tilde{x} = \begin{pmatrix} x' \\ x'' \\ x''' \\ \vdots \end{pmatrix}$$

この演算子の意義は深い。**時間の流れそのものが、一般化状態空間における線形な「シフト」として記述される**のである。時間の経過は、一般化状態の中で情報が

「下から上へ」（低次微分から高次微分へ）移動することとして幾何学的に表現される。

第二部：一般化された生成モデル

2-1. 一般化観測モデル

通常の生成モデルを一般化座標に拡張する。観測の一般化座標 \tilde{y} と、隠れ状態の一般化座標 \tilde{x} の関係は：

$$\tilde{y} = g(\tilde{x}) + z$$

ここで g は一般化観測関数であり、各次数の観測が対応する次数の状態から生成されることを示す。具体的には：

$$\begin{cases} y = g(x) + z \\ y' = \nabla g \cdot x' + z' \\ y'' = \nabla g \cdot x'' + (\nabla^2 g : x' \otimes x') + z'' \end{cases}$$

上式は、観測の時間微分が、対応する状態の時間微分から生成されるという構造を示している。速度は速度から、加速度は加速度から生成される（非線形項も含む）。

2-2. 一般化状態遷移モデル

状態の時間発展についても同様に一般化する。状態遷移方程式：

$$\dot{x} = f(x, u) + w$$

を一般化座標に拡張すると：

$$\mathcal{D}\tilde{x} = \tilde{f}(\tilde{x}, \tilde{u}) + \tilde{w}$$

ここで重要な点は、左辺の $\mathcal{D}\tilde{x}$ である。 \mathcal{D} は状態を一つ繰り上げるから、この式は：

$$\begin{cases} x' = f(x, u) + w \\ x'' = \nabla_x f \cdot x' + \nabla_u f \cdot u' + \\ w' \\ x''' = \nabla_x f \cdot x'' + (\text{高次項}) + w'' \end{cases} \quad \text{etc.}$$

すなわち、各次数の時間微分が、それ自身の動力学方程式を持つという、入れ子状の構造が得られる。

2-3. 一般化された自由エネルギー

一般化座標のもとで、変分自由エネルギーを定義する。一般化状態についての認識分布を $q(\tilde{x})$ とし、これがガウス分布 $\mathcal{N}(\tilde{\mu}, \tilde{\Sigma})$ で近似されるとする。

一般化予測誤差を以下のように定義する：

$$\tilde{\varepsilon}_y = \tilde{y} - \tilde{g}(\tilde{\mu})$$

$$\tilde{\varepsilon}_x = \mathcal{D}\tilde{\mu} - \tilde{f}(\tilde{\mu}, \tilde{u})$$

第一の誤差 $\tilde{\varepsilon}_y$ は観測予測誤差の一般化版であり、観測値とその時間微分のすべてについての予測誤差を含む。

第二の誤差 $\tilde{\varepsilon}_x$ は状態遷移予測誤差の一般化版であり、状態の時間的変化がモデルの予測と合致しているかを表す。

一般化自由エネルギーは：

$$\tilde{F} = \frac{1}{2} \tilde{\varepsilon}_y^T \tilde{\Pi}_y \tilde{\varepsilon}_y + \frac{1}{2} \tilde{\varepsilon}_x^T \tilde{\Pi}_x \tilde{\varepsilon}_x$$

ここで $\tilde{\Pi}_y$, $\tilde{\Pi}_x$ は一般化precision行列であり、各次数の誤差に対する重みを決定する。

2-4. 一般化Precision行列の構造

一般化precision行列は、単純な対角行列ではなく、次数間の相関構造を持つ。ガウス過程ノイズを仮定した場合、標準的な形は：

$$\tilde{\Pi}_y = \Pi_y \otimes \mathbf{S}$$

ここで Π_y は基本のprecision行列、 \mathbf{S} はスムーズネス行列 (**smoothness matrix**) であり、ノイズの時間相関構造を符号化する。

例えば、1次ガウスノイズ（ウィーナー過程の微分）の場合：

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \kappa & 0 \\ 0 & 0 & \kappa^2 \end{pmatrix}, \quad \kappa < 1$$

高次微分になるほどprecisionが低下する (κ^k) —— これは、高次の時間の変化ほど不確実であるという直感に対応する。スムーズなノイズは低次数の誤差を重視し、荒いノイズは全次数を均等に扱う。

第三部：Generalized Filteringの更新則

3-1. 勾配降下による更新

一般化自由エネルギー \tilde{F} を最小化するための勾配降下則を導出する。認識平均 $\tilde{\mu}$ の更新則は：

$$\dot{\tilde{\mu}} = \mathcal{D}\tilde{\mu} - \frac{\partial \tilde{F}}{\partial \tilde{\mu}}$$

この式の構造に注意する。右辺の第一項 $\mathcal{D}\tilde{\mu}$ は**自律的な時間発展**——単に時間が経過することで状態が更新される部分——を表す。第二項は**誤差に基づく修正**を表す。

偏微分を明示的に計算すると：

$$\frac{\partial \tilde{F}}{\partial \tilde{\mu}} = -\left(\frac{\partial \tilde{g}}{\partial \tilde{\mu}}\right)^T \tilde{\Pi}_y \tilde{\varepsilon}_y - \left(\frac{\partial \tilde{f}}{\partial \tilde{\mu}}\right)^T \tilde{\Pi}_x \tilde{\varepsilon}_x + \tilde{\Pi}_x \tilde{\varepsilon}_x$$

したがって更新則は：

$$\dot{\tilde{\mu}} = \mathcal{D}\tilde{\mu} + \left(\frac{\partial \tilde{g}}{\partial \tilde{\mu}}\right)^T \tilde{\Pi}_y \tilde{\varepsilon}_y + \left(\frac{\partial \tilde{f}}{\partial \tilde{\mu}}\right)^T \tilde{\Pi}_x \tilde{\varepsilon}_x - \tilde{\Pi}_x \tilde{\varepsilon}_x$$

この式は三つの項の相互作用として読める：

項	記号	意味
自律的時間発展	$\mathcal{D}\tilde{\mu}$	予測（現在の状態から次の瞬間を予測）
観測誤差修正	$(\partial \tilde{g} / \partial \tilde{\mu})^T \tilde{\Pi}_y \tilde{\varepsilon}_y$	観測と予測のずれによる更新
状態遷移誤差修正	$(\partial \tilde{f} / \partial \tilde{\mu})^T \tilde{\Pi}_x \tilde{\varepsilon}_x - \tilde{\Pi}_x \tilde{\varepsilon}_x$	動力学モデルとのずれによる更新

3-2. 一般化フィルタとKalmanフィルタの関係

Generalized Filteringは、古典的なKalmanフィルタの一般化として理解できる。

線形ガウスモデルの特殊ケースにおいて、一般化座標の展開を1次（ $p=1$ ）に切り詰め、かつノイズが白色（スムーズネス行列 $\mathbf{S} = \mathbf{I}$ ）の場合、Generalized Filteringは：

$$\dot{\mu} = f(\mu) + K_y (y - g(\mu))$$

ただし $K_y = (\partial g / \partial \mu)^T \Pi_y^{-1}$ はKalmanゲインに対応する。これは連続時間Kalmanフィルタ（あるいはLuenberger観測器）に帰着する。

Generalized Filteringはこれを以下の点で拡張する：

- 非線形モデルへの対応（ g , f は任意の非線形関数）
- 有色ノイズへの対応（スムーズネス行列 \mathbf{S} による記述）
- 多次元の時間的深度（高次時間微分の明示的な扱い）
- 階層的モデルへの自然な拡張

3-3. 階層的一般化モデル

実際の脳の生成モデルは、単一レベルではなく**階層的 (hierarchical)** である。上位レベルのpriorが下位レベルのモデルのパラメータを変調する、という入れ子状の構造が皮質全体にわたって実現されている。

L レベルの階層的一般化モデルを記述する。レベル ℓ における一般化状態を \tilde{x}^{ℓ} 、観測関数を \tilde{g}^{ℓ} 、状態遷移関数を \tilde{f}^{ℓ} とする。

階層的一般化モデルの構造

$$\begin{cases} \tilde{y}^{\{1\}} = \tilde{g}^{\{1\}}(\tilde{x}^{\{1\}}) + \tilde{z}^{\{1\}} \\ \mathcal{D}\tilde{x}^{\{1\}} = \tilde{f}^{\{1\}}(\tilde{x}^{\{1\}}, \tilde{x}^{\{2\}}) + \tilde{w}^{\{1\}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \tilde{x}^{\{1\}} = \tilde{g}^{\{2\}}(\tilde{x}^{\{2\}}) + \tilde{z}^{\{2\}} \\ \mathcal{D}\tilde{x}^{\{2\}} = \tilde{f}^{\{2\}}(\tilde{x}^{\{2\}}, \tilde{x}^{\{3\}}) + \tilde{w}^{\{2\}} \end{cases}$$

\vdots

$$\begin{cases} \tilde{x}^{\{L-1\}} = \tilde{g}^{\{L\}}(\tilde{x}^{\{L\}}) + \tilde{z}^{\{L\}} \\ \mathcal{D}\tilde{x}^{\{L\}} = \tilde{f}^{\{L\}}(\tilde{x}^{\{L\}}, \tilde{x}^{\{L\}}) + \tilde{w}^{\{L\}} \end{cases}$$

ここで各レベルの関係を見ると：

- レベル ℓ の状態 \tilde{x}^{ℓ} は、レベル $\ell-1$ の**観測**として機能する
- レベル $\ell+1$ の状態 $\tilde{x}^{\ell+1}$ は、レベル ℓ の**prior** (文脈) として機能する
- 各レベルで**時間的深さ** (一般化座標) が独立に機能する

一般化自由エネルギーの総和は：

$$\tilde{F}_{\text{total}} = \sum_{\ell=1}^L \left[\frac{1}{2} \tilde{\epsilon}_{y^{\ell}T} \tilde{\Pi}_{y^{\ell}} \right]$$

$$\tilde{\varepsilon}_{y^{\ell}} + \frac{1}{2} \tilde{\varepsilon}_{x^{\ell}T} \\ \tilde{\Pi}_{x^{\ell}} \tilde{\varepsilon}_{x^{\ell}} \right] \$\$$$

各レベルで予測誤差が計算され、それがprecisionで重み付けされてフィルタリングされる——という構造が、レベルをまたいで繰り返される。

第四部：妄想的確証循環への適用

4-1. 時間的深度と妄想の持続構造

Generalized Filteringの枠組みを、妄想的確証循環に適用する。

通常の（非一般化の）枠組みでは、priorのprecision過剰（ $\Pi_z \uparrow \uparrow$ ）によって予測誤差の更新が停止するという定式化を示した。Generalized Filteringはこの記述を時間的次元に拡張する。

一般化状態における妄想的priorは、単に「今この瞬間に他者は敵意を持っている」という命題ではなく：

$$\begin{matrix} \tilde{\mu}^{\text{prior}}_{\text{被害}} = \begin{pmatrix} x^{\text{prior}} \\ x'^{\text{prior}} \\ x''^{\text{prior}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{他者は敵意を持つ（現在）} \\ \text{敵意は継続している（変化率は0）} \\ \text{敵意は加速することはない（変化の変化も0）} \end{pmatrix} \end{matrix}$$

これは重要な意味を持つ。一般化状態として固定された妄想的priorは、**時間的変化そのもの（速度、加速度）も固定している。**

すなわち、妄想的信念は単に「今の状態の誤った評価」ではなく、「**その状態の時間的軌跡全体についての誤った評価**」である。他者が友好的に振る舞う場面が来ても、それは「敵意の変化率がゼロの軌跡」の上にある一時的な揺らぎとして解釈され、軌跡そのものの更新には至らない。

4-2. 一般化状態遷移誤差と訂正不能性

Generalized Filteringの文脈で、訂正不能性はより精密に記述できる。

状態遷移予測誤差を再考する：

$$\tilde{\varepsilon}_x = \mathcal{D}\tilde{\mu} - \tilde{f}(\tilde{\mu}, \tilde{u})$$

妄想的システムでは、 $\tilde{\mu}^{\text{prior}}$ の高いprecisionのもとで：

$$\mathcal{D}\tilde{\mu} \approx \mathcal{D}\tilde{\mu}^{\text{prior}} = \begin{pmatrix} x'^{\text{prior}} \\ x''^{\text{prior}} \\ \vdots \end{pmatrix} = \mathbf{0}$$

すなわち、一般化状態の時間的「流れ」が止まる。状態の更新はほぼゼロであり、 $\tilde{\mu}$ はほぼ静止している。

ここで友好的な他者の行動が感覚入力として入ってきたとする。これは観測予測誤差 $\tilde{\nu}_y \neq 0$ を生じさせる。しかし状態遷移の精度 $\tilde{\Pi}_x^{\text{prior}} \uparrow \uparrow$ が支配的であるため：

$$\dot{\tilde{\mu}} = \underbrace{\mathcal{D}\tilde{\mu}}_{\approx 0} + \underbrace{\left(\frac{\partial \tilde{g}}{\partial \tilde{\mu}}\right)^T}_{\tilde{\Pi}_y \tilde{\nu}_y \text{ (精度が圧倒される)}} + \underbrace{(\cdots \tilde{\Pi}_x \tilde{\nu}_x)}_{\text{大 (priorへの引力)}} \approx 0$$

一般化状態は更新されない。時間が流れても、観測が変わっても、内部モデルは動かない。

これは重要な含意を持つ：妄想的固定は、単なる「現在の誤信念」ではなく、「時間的軌跡の誤信念の固定」であり、過去・現在・未来にわたる信念の構造全体が固着している。

4-3. 時間的深度と反証の無効化

一般化座標の枠組みは、なぜ反証が特に無効化されやすいかを説明する新たな機構を提供する。

反証（例：他者の友好的行動）が入力されたとき、それは観測の一般化座標 \tilde{y} のすべての次数に影響する：

$$\tilde{\nu}_y = \begin{pmatrix} y - g(\mu) \\ y' - \nabla g \cdot \mu' \\ y'' - (\cdots) \end{pmatrix}$$

通常のシステムでは、この誤差がすべての次数で状態を更新し、軌跡全体のモデルが修正される。

しかし妄想的システムでは、高次精度（ $\tilde{\Pi}_x^{(\ell)}$ $\uparrow\uparrow$ ）によって、低次の誤差（現在の観測のずれ）は更新につながるが、高次の誤差（観測の変化率、加速度のずれ）は「ノイズ」として処理される。

これを数式的に見ると、スムーズネス行列 \mathbf{S} の異常な構成（高次への精度の過剰な減衰）によって：

$$\begin{aligned} \tilde{\Pi}_y &= \Pi_y \otimes \mathbf{S}_{\text{異常}}, \quad \\ \mathbf{S}_{\text{異常}} &= \text{diag}(1, \kappa_{\text{小}}, \\ &\quad \kappa_{\text{小}}^2, \dots) \end{aligned}$$

高次の誤差信号が激しく減衰し、軌跡のレベルでの更新が阻まれる。

結果として、一時的な友好的行動（観測の瞬時値の変化）は知覚されても、それが「軌跡の変化（他者の根本的な態度の変化）」として解釈されることはない。反証は、スムーズネス行列のフィルタリングによって、長期的な軌跡の更新に届く前に減衰する。

4-4. 能動的推論の時間的拡張：軌跡の選択

能動的推論（active inference）においても、Generalized Filteringは本質的な拡張をもたらす。

通常 of 能動的推論では、行動は瞬間の予測誤差を最小化するように選択された。一般化枠組みでは、行動は時間的軌跡全体の予測誤差を最小化するように選択される：

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{a}} &= -\frac{\partial \tilde{F}}{\partial \tilde{a}} = - \\ &\left(\frac{\partial \tilde{\varepsilon}_y}{\partial \tilde{a}} \right)^T \\ &\tilde{\Pi}_y \tilde{\varepsilon}_y \end{aligned}$$

これはより深い含意を持つ。妄想的priorのもとでは、行動は「今この瞬間の予測誤差」を減らすだけでなく、「将来にわたって予測誤差が小さく保たれるような軌跡を現実に作り出す」ように選択される。

具体的には：「他者は敵意を持ち続ける」という一般化priorが固定されている場合、行動は他者の行動を「敵意が継続するような軌跡」へと誘導するように選択される。これは単なる「今この瞬間に敵意の証拠を引き出す」という短期的操作ではなく、**時間的に持続する敵意関係を実際に構築する**長期的な社会的プロセスとして現れる。

妄想的確証循環が驚くほど安定して持続する理由の一つは、ここにある：行動が時間的軌跡全体を最適化しているため、環境への影響が持続的・累積的であり、一時的な「好転」があっても長期的な軌跡は変わらない。

第五部：Binswangerの時間論との再接続

5-1. Zeitlichkeit（時間性）の計算論的再記述

前稿においてBinswangerの時間論を概説した。ハイデガー＝Binswanger的なZeitlichkeit（時間性）——人間が過去から投げられ、現在に生き、未来へと企投する存在としての時間的構造——は、Generalized Filteringの枠組みにおいて、より正確な対応関係を見出す。

Binswanger（現象学的時間論）	Generalized Filtering（計算論的対応）
現在における実存	一般化状態の0次成分 $\mu^{\{0\}}$
直近の過去の記憶（保持）	高次微分 $\mu^{\{1\}}, \mu^{\{2\}}$ （軌跡の記述）
未来への企投（予持）	$\mathcal{D}\tilde{\mu}$ による自律的時間発展（予測）
時間的地平の開かれ	高次精度の適切な分布（高次でも更新可能）
「脅威の到来」としての未来の閉塞	$x^{\{\text{prior}\}} = 0$ ：軌跡の変化を許さない固定
過去の証拠としての再解釈	観測誤差の事後的吸収による軌跡整合

この対応において、最も注目すべきは「企投（Entwurf）」と「 $\mathcal{D}\tilde{\mu}$ による自律的時間発展」の対応である。

ハイデガーにおける「企投」は、人間が未来の可能性へと自己を投げ向ける実存の根本運動である。これは意識的な計画や意図ではなく、あらゆる行動・知覚・感情に先立つ、実存の先構造的な向かいである。

Generalized Filteringにおいて $\mathcal{D}\tilde{\mu}$ の項は、現在の一般化状態から次の瞬間の状態を自律的に生成する——計画や感覚入力がなくとも、モデルそれ自体が時間的に展開する——という計算論的な「企投」に対応する。

妄想においてこの企投が「脅威の到来」に固定されることは、計算論的には $\mathcal{D}\tilde{\mu}$ の方向が変わらないこと——一般化状態の時間的发展が、常に同一の「脅威的軌跡」を先取りする方向に固定されていること——として記述される。

5-2. 「世界の閉塞」の時間的次元

Binswangerが「世界の開かれの収縮 (Einengung des Weltoffenheit)」と呼んだ状態は、通常の枠組みでは $\Pi_z \rightarrow \infty$ として記述した。Generalized Filteringはこれに時間的次元を加える。

「世界の閉塞」の完全な計算論的記述は：

世界の閉塞の一般化記述

1. 現在の知覚の閉塞： $\tilde{\Pi}_{x^{(0)}} \uparrow \uparrow$ (0次のprior精度の過剰上昇)
2. 変化の知覚の閉塞： $\tilde{\Pi}_{x^{(1)}} \uparrow \uparrow$ (1次：速度成分のprior精度の過剰上昇)
3. 軌跡の知覚の閉塞： $\tilde{\Pi}_{x^{(k)}} \uparrow \uparrow$ (全次数のprior精度の過剰上昇)
4. 時間的企投の閉塞： $\mathcal{D}\tilde{\mu}^{\text{prior}}$ が固定軌跡に縛られる

すなわち、世界の閉塞とは、時間的広がりを持つ世界の全体が閉塞することである。現在だけでなく、過去の記憶（高次微分に符号化された軌跡の記述）も、未来への企投 ($\mathcal{D}\tilde{\mu}$ の方向性) も、すべてが単一の脅威的世界様式に収斂する。

Binswangerが「世界内存在の変容」と呼んだものは、この意味において、計算論的には「一般化状態の全次数にわたるprior精度の病的固定」として——すなわち、時間的広がりを持つ生成モデルの縮退として——再記述されるのである。

結論：Generalized Filteringが照らすもの

Generalized Filteringの導入によって、妄想の計算論的理解は以下の点で深化した。

- **妄想の持続性の説明**：単なる瞬間の誤信念ではなく、時間的軌跡全体の固定として捉えることで、なぜ一時的な反証が効かないか、なぜ妄想が驚くほど安定して持続するかが説明される。
- **反証の無効化機構の精緻化**：スムーズネス行列の異常による高次誤差信号の減衰として、「長期的な態度変化の知覚の障害」が定式化される。
- **行動の長期的パターンの説明**：一般化能動推論によって、妄想者の行動が「軌跡全体を脅威的に維持するような長期的な社会的プロセス」を生み出すことが記述される。
- **Binswanger的時間性との精密な対応**：「企投」「保持」「予持」という現象学的時間の三つの契機が、一般化状態の各次数成分と自律的時間発展演算子 \mathcal{D} に対応する。

しかし、ここでも還元されない問いが残る。

一般化座標は、時間的軌跡を**局所的な情報（現在時刻における微分の系列）として符号化する**。しかし、人間が経験する時間は、テイラー展開の係数の集合ではない。過去の記憶には情動的な重みがあり、未来の予期には希望や恐怖という質感がある。Husserl的な「生きた現在（lebendige Gegenwart）」——保持と予持に包まれた現在の豊かさ——は、 $\tilde{\mu}$ という記号に収まらない何かを含んでいる。

計算論は時間的構造の**骨格**を与える。現象学は、その骨格に**生きた肉**を与える。両者が真に対話するとき、精神医学は、脳の機械論と人間の実存論の間の深い回路を照らし始める。

附記：さらなる展開として

本稿で展開した枠組みは、以下の方向にさらに接続し得る。（1）**情報幾何学的解釈**：変分自由エネルギーの最小化は、認識分布 $q(\tilde{x})$ と真の事後分布 $p(\tilde{x}|\tilde{y})$ の間のKLダイバージェンスを、Fisher情報行列が定めるリーマン多様体上で最小化する問題として記述できる。Generalized FilteringはこのRiemannian gradient descentの特定の実装として理解できる。（2）**マルコフ**

ランケット形式化：一般化座標のもとでのマルコフブランケット (Markov blanket) は、自律的なシステムが環境との境界をどのように維持するかを記述する。これは細胞から社会システムまで、自己組織化する系の一般理論への接続を開く。(3) **神経実装**：一般化座標の各次数が皮質の異なる層・領域に対応するという神経科学的仮説と、Generalized Filteringの更新則を照らし合わせることで、精神科薬物の作用点の計算論的理解が深まる。